Đề thi thử THPT Quốc gia môn Toán 2015 THPT Nguyên Hãn

Câu 1 ***(4,0 điểm)***

Cho hàm số y = $x^4 - 2mx^2 + m - 1$ (1) , với m là tham số thực.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi .

2) Tìm những giá trị của m để hàm số (1) có ba điểm cực trị, đồng thời các điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng .

Câu 2 ***(2.0điểm)*** Giải phương trình: $\sin 2x + \cos x - \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0.$

Câu 3 ***(2.0 điểm)*** Giải bất phương trình $\sqrt{3x-3} \geq \sqrt{2x+28} - \sqrt{x+5}$

Câu 4 ***(2.0 điểm)*** Giải phương trình: $\dfrac{2}{\log_9(9x)} - \dfrac{1}{\log_{27}\sqrt{x}} + 2 = 0$

Câu 5 ***(2.0 điểm)***

1) Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niuton $\left(\sqrt[3]{x} - \dfrac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^n$, $(x > 0)$

Biết số nguyên dương n thỏa mãn $A_n^3 - 8C_n^2 + C_n^1 = 49$

2) Một ngân hàng đề thi gồm 20 câu hỏi. Mỗi đề thi gồm 4 câu được lấy ngẫu nhiên từ 20 câu hỏi trên. Thí sinh A đã học thuộc 10 câu trong ngân hàng đề thi. Tìm xác suất để thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có ít nhất 2 câu đã thuộc

Câu 6 ***(2.0điểm)*** Cho hình lăng trụ đứng *ABC.A'B'C'* có tam giác *ABC* vuông tại C. Biết *AC* = *a*, *BC* = *a* √3 ; mặt phẳng (ABC') hợp với mặt phẳng (ABC) góc .

1) Tính thể tích khối lăng trụ *ABC.A'B'C'* theo *a*.

2) Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp C'.ABC

Câu 7 ***(2.0điểm)***

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình thang *ABCD* vuông tại *A* và D, biết điểm $B(8;4)$,điểm $M\left(\frac{82}{13};\frac{6}{13}\right)$ thuộc đường thẳng AC , $CD = 2AB$ và phương trình $AD: x - y + 2 = 0$. Tìm tọa độ các điểm *A, C, D*.

Câu 8: ***(2 .0 điểm)***

Giải hệ phương trình : $\begin{cases} \left(x+\sqrt{1+x^2}\right).\left(y+\sqrt{1+y^2}\right)=1 \\ x\sqrt{6x-2xy+1}=4xy+6x+1 \end{cases}$ $(x, y \in R)$.

Câu 9 ***(2.0 điểm)***

Cho các số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $ab + bc + ca = 3$.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{1+a^2(b+c)}+\frac{1}{1+b^2(c+a)}+\frac{1}{1+c^2(a+b)} \le \frac{1}{abc}$.

Đáp án đề thi thử THPT Quốc gia môn Toán 2015 THPT Nguyên Hãn

Câu		Hướng dẫn giải chi tiết
Câu 1		
		Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số

1.(2 điểm). Khi $m=1$ hàm số trở thành: $y=x^4-2x^2$

- TXĐ: D=R
- CBT. Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}=+\infty$

Sự biến thiên: $y'=4x^3-4x=0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$

BBT

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

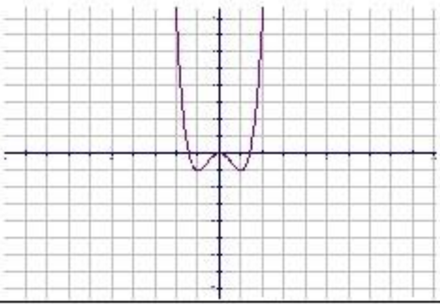
Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Điểm cực đại $(0;0)$, cực tiểu $(-1;-1),(1;-1)$.

Đồ thị: Giao với Oy tại $(0;0)$, đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng

- Đồ thị



2. (2 điểm) $y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ pt $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt và y' đổi dấu khi x đi qua các nghiệm đó $\Leftrightarrow m>0$

- Khi đó ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$A(0;m-1)$, $B\left(-\sqrt{m};-m^2+m-1\right)$, $C\left(\sqrt{m};-m^2+m-1\right)$

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\left|y_B-y_A\right|.\left|x_C-x_B\right|=m^2\sqrt{m}$;

$AB=AC=\sqrt{m^4+m}$, $BC=2\sqrt{m}$

$$R=\frac{AB.AC.BC}{4S_{\Delta ABC}}=1\Leftrightarrow\frac{\left(m^4+m\right)2\sqrt{m}}{4m^2\sqrt{m}}=1$$

$$\Leftrightarrow m^3-2m+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=\dfrac{\pm\sqrt{5}-1}{2}\end{array}\right.$$

Kl : m = 1 hoặc m = $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

Câu 2

Câu 2(2 điểm)

Pt đã cho tương đương:

$\sin 2x+\cos x-(\sin x-\cos x)-1=0$

$\Leftrightarrow 2\cos x(\sin x+1)-\sin x-1=0$

$\Leftrightarrow(\sin x+1)(2\cos x-1)=0$

$\Leftrightarrow \sin x=-1$ hoặc $\cos x=\frac{1}{2}$

$\sin x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi.$

$\cos x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi.$

Vậy, nghiệm của phương trình đã cho là: $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$;

$$x=\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi\ \ (k\in Z)$$

Câu 3

Câu 3 (2điểm)

$\sqrt{3x-3}\geq\sqrt{2x+28}-\sqrt{x+5}$

$$\text{(I)}\Leftrightarrow\sqrt{3x-3}+\sqrt{x+5}\geq\sqrt{2x+28}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 1\\ (\sqrt{3x-3}+\sqrt{x+5})^2\geq 2x+28\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 1\\ \sqrt{3x^2+12x-15}\geq 13-x\end{cases}$$

TH 1 $\begin{cases}x\geq 1\\ 13-x<0\end{cases}\Leftrightarrow x>13$

TH 2 $\begin{cases} 1 \le x \le 13 \\ 3x^2 + 12x - 15 \ge (13 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow 4 \le x \le 13$

Kết luận bpt có nghiệm $x \ge 4$

Câu 4

Câu 4 (2điểm)

Điều kiện: $x > 0, x \ne 1, x \ne \dfrac{1}{9}$. Khi đó

$$\frac{2}{\log_9 9x} - \frac{1}{\log_{27} \sqrt{x}} + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{\frac{1}{2}(\log_3 x + 2)} - \frac{1}{\frac{1}{6}\log_3 x} + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{\log_3 x + 2} - \frac{3}{\log_3 x} + 1 = 0$$

Đặt $t = \log_3 x$, ta được $\dfrac{2}{t+2} - \dfrac{3}{t} + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \ne -2 \\ t \ne 0 \\ t^2 + t - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2 \\ t = -3 \end{array}\right.$

* $t = 2 \Rightarrow \log_3 x = 2 \Leftrightarrow x = 9$

* $t = -3 \Rightarrow \log_3 x = -3 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{27}$. Vậy nghiệm của phương trình là $x = 9$ và $x = \dfrac{1}{27}$.

Câu 5

Câu 5 (2điểm) $A_n^3 - 8C_n^2 + C_n^1 = 49$, $(n \in N, n > 3)$

$(1) \Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-3)!} - 8\dfrac{n!}{2!.(n-2)!} + n = 49$

$\Leftrightarrow n^3 - 7n^2 + 7n - 49 = 0$

$\Leftrightarrow n = 7$ (tm)

Xét khai triển $\left(\sqrt[3]{x} - \dfrac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$

Số hạng tổng quát là $C_7^k \left(\sqrt[3]{x}\right)^{7-k} \left(-\dfrac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^k = (-2)^k C_7^k x^{\frac{28-7k}{12}}$

Vì cần tìm số hạng không chứa x nên $k = 4$

Vậy số hạng không chứa x là $(-2)^4 C_7^4 = 560$

Lấy ngẫu nhiên từ ngân hàng đề thi 4 câu hỏi để lập một đề thi có $C_{20}^4 = 4845$ đề thi.

Thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có 2 câu đã thuộc, có $C_{10}^2.C_{10}^2 = 2025$ trường hợp.

Thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có 3 câu đã thuộc, có $C_{10}^3.C_{10}^1 = 1200$ trường hợp.

Thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có 4 câu đã thuộc, có $C_{10}^4 = 210$ trường hợp.

Do đó, thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có ít nhất 2 câu đã thuộc, có $2025 + 1200 + 210 = 3435$ trường hợp

Vậy xác suất để thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có ít nhất 2 câu đã thuộc là

Câu 6

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}CA.CB = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Từ giả thiết có $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.CC'$;

Gọi H là hình chiếu của D trên AB

$\Rightarrow AB \perp (CC'H)$

$\Rightarrow (\widehat{(ABC'),(ABC)}) = (\widehat{CH, HC'}) = \widehat{CHC'} = 60^0$

Xét tam giác vuông ABC có CH là chiều cao

nên $\frac{1}{CH^2} = \frac{1}{CA^2} + \frac{1}{CB^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Xét tam giác vuông CHC' có

$CC' = HC\tan 60^0 = \frac{3a}{2} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.\frac{3a}{2} = \frac{a^3 3\sqrt{3}}{4}$ (đvtt)

Gọi M là trung điểm của AB

I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp C'.ABC

Ta có IA =IB = IC = IC'

I thuộc d với d là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC (d đi qua O và vuông góc với (ABC)

Và I thuộc mặt trung trực của CC'

Tam giác IMC có MC = a , $IM = \frac{CC'}{2} = \frac{3a}{4}$

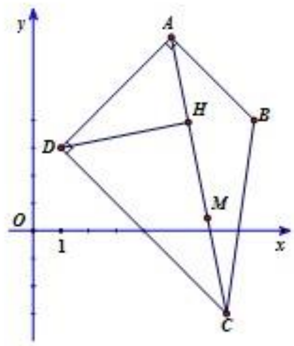
Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp C'.ABC là $R = IC = \sqrt{IM^2 + CM^2} = \frac{5a}{4}$

Câu 7

+ • Tìm tọa độ đỉnh A, C, D

+) Phương trình trình AB: $x + y - 12 = 0$, vì A là giao điểm của AB và AD nên tọa độ A thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases} \Rightarrow A(5;7)$

+) Có $\begin{cases}\overrightarrow{AM}=\left(\dfrac{17}{13};-\dfrac{85}{13}\right)\\ A(5;7)\end{cases} \Rightarrow AM: 5x+y-32=0$



+) C thuộc AM ta có C(a, 32- 5a)

+) Lại có

$d(C,AD)=2AB=6\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{|a+5a-32+2|}{\sqrt{2}}=6\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=7\\ a=3\end{array}\right.$

với a = 3 loại vì B, C nằm về cùng phía đối với đường thẳng AD

+) Từ đó ta được : C(7;-3)

+) Ta lại có D thuộc AD và $\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{AB}$ suy ra D(1;3)

+) Vậy A(5;7), C(7; -3), D(1; 3)

Câu 8

1

$(1)\Leftrightarrow x+\sqrt{x^2+1}=-y+\sqrt{(-y)^2+1}$ (3)

+ Xét $f(t)=t+\sqrt{t^2+1}\quad ,t\in R$

Khi đó : $f'(t)=\dfrac{\sqrt{t^2+1}+t}{\sqrt{t^2+1}}>\dfrac{|t|+t}{\sqrt{t^2+1}}\geq 0\quad \forall t\in R$. Suy ra hàm số f(t) đồng biến trên R

Suy ra : $(3)\Leftrightarrow x=-y$

Thế x = - y vào (2) ... $\Leftrightarrow \left(\sqrt{2x^2+6x+1}-\dfrac{x}{2}\right)^2=\dfrac{25x^2}{4}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{2x^2+6x+1}=3x\\ \sqrt{2x^2+6x+1}=-2x\end{array}\right.$

Với $\sqrt{2x^2+6x+1}=3x ...\Leftrightarrow x=1; y=-1$

$+\sqrt{2x^2+6x+1}=-2x...\Leftrightarrow x=\dfrac{3-\sqrt{11}}{2}; y=\dfrac{-3+\sqrt{11}}{2}$

Kết luận pt có nghiệm $\begin{cases}x=1\\ y=-1\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=\dfrac{3-\sqrt{11}}{2}\\ y=\dfrac{-3+\sqrt{11}}{2}\end{cases}$

	2	
Câu 9		Áp dụng BĐT Cauchy cho 3 số dương ta có: $3 = ab + bc + ca \geq 3\sqrt[3]{(abc)^2} \Rightarrow abc \leq 1$. $1 + a^2(b+c) \geq abc + a^2(b+c) = a(ab+bc+ca) = 3a$ Suy ra: $\Rightarrow \dfrac{1}{1+a^2(b+c)} \leq \dfrac{1}{3a}$ (1). Tương tự ta có: $\dfrac{1}{1+b^2(c+a)} \leq \dfrac{1}{3b}$ (2) , $\dfrac{1}{1+c^2(a+b)} \leq \dfrac{1}{3c}$ (3).
		Cộng (1), (2) và (3) theo vế với vế ta có: $\dfrac{1}{1+a^2(b+c)} + \dfrac{1}{1+b^2(c+a)} + \dfrac{1}{1+c^2(a+b)} \leq \dfrac{1}{3}(\dfrac{1}{c} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c}) = \dfrac{ab+bc+ca}{3abc} = \dfrac{1}{abc}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $abc = 1, ab+bc+ca = 3 \Rightarrow a = b = c = 1, (a, b, c > 0)$.